Matemática Financeira 1

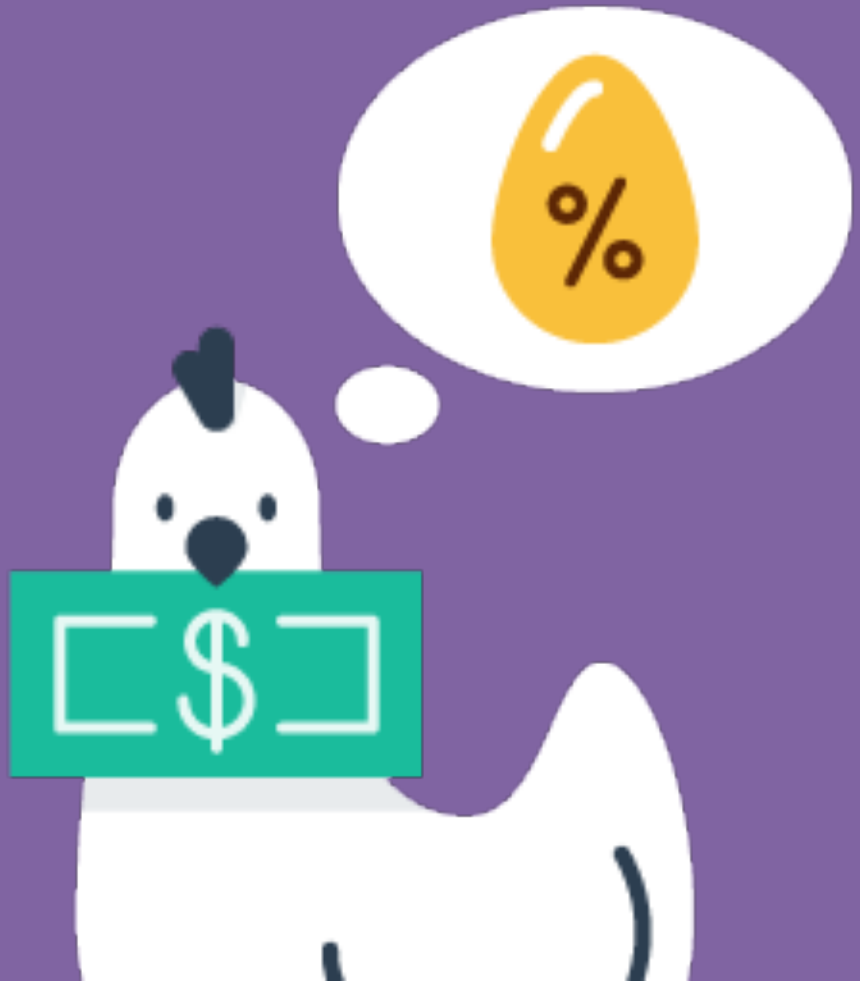
Mercado, produtos, serviços e processos

Matemática Financeira

PPRINCIPAIS FUNÇÕES DA HP12C

INTRODUÇÃO À MATEMÁTICA FINANCEIRA E AOS JUROS

PRIMEIROS CONCEITOS



Os juros podem ser entendidos como o preço a ser pago pelo uso do dinheiro.

TAXAS DE JUROS

Taxa de Juros → *i* ou *r* (interest rate)

As taxas de juros devem ser eficientes para remunerar:

O risco envolvido na operação, representado pela incerteza em relação ao futuro

A perda do poder de compra motivada pela inflação

O capital emprestado ou aplicado

Matemática Financeira

REGIMES DE CAPITALIZAÇÃO

REGIME DE CAPITALIZAÇÃO DISCRETA

- Regimes de Capitalização Discreta
  - Regime de Capitalização Simples
  - Regime de Capitalização Composta

REGIME DE CAPITALIZAÇÃO SIMPLES

JUROS

CAPITAL INICIAL

PA

$$\boxed{J = C \times i \times n}$$

J = valor dos juros expresso em unidades monetárias

C = capital. É o valor representativo de determinado momento

i = taxa de juros, expressa em sua forma unitária

n = prazo

CAPITALIZAÇÃO SIMPLES NA HP 12C

A HP 12c calcula juros simples com base em um período de 360 ou 365 dias. Além disso, com o juro acumulado no visor, a quantia total pode ser calculada (principal somado ao juro acumulado) pressionando:

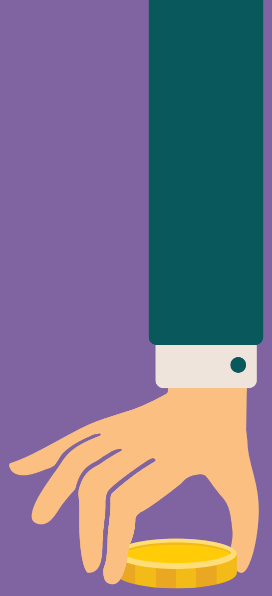
Para calcular os juros simples em um período de 360 ou 365 dias:

PERÍODO	TAXA DE JUROS	CAPITAL	JURO ACUMULADO 360	JURO ACUMULADO 365	TOTAL DO PRINCIPAL + JURO ACUMULADO
AMORT n 12×	INT i 12÷	RPN CHS DATE	f	f	+ LST x
		NPV PV CFo	INT i 12÷	INT i 12÷	
				PRGM R↓ GTO	
				FIN $x \gtrless y$ $x \leq y$	

Vamos testar a HP 12c a partir dos dados do exercício 4. Considere uma aplicação de $200.000,00, a uma taxa de 24% a.a. por um período de 150 dias e calcule os juros e omontante obtidos na operação. Esses valores devem bater com os que já forammencionados no exercício 4.

REGIME DE CAPITALIZAÇÃO COMPOSTA

O *regime de capitalização composta* (ou exponencial) incorpora ao capital os juros sobre os juros acumulados até o momento anterior.



C = capital = PV (valor presente)
M = montante = FV (valor futuro)

$1.000,00 à taxa composta de 10% ao mês

Final mês 1: $FV = 1.000,00 \text{ x } (1 + 0,10) = \$\ 1.100,00$

Final mês 2: $FV = 1.000,00 \text{ x } (1 + 0,10)^2 = \$\ 1.210,00$

O montante do mês 2 pode ser decomposto da seguinte forma:

$ 1.000,00	capital aplicado
$ 100,00	juros referentes ao mês 1 ($ 1.000,00 x 10%)
$ 100,00	juros referentes ao mês 2 ($ 1.000,00 x 10%)
$ 10,00	juros sobre os juros do mês 1 ($ 100,00 x 10%)

Final mês 3: $FV = 1.000{,}00 \text{ x } (1 + 0{,}10)^3 = \$ \ 1.331{,}00$

O montante do mês 3 pode ser decomposto da seguinte forma:

$ 1.000,00	capital aplicado
$ 100,00	juros referentes ao mês 1 ($ 1.000,00 x 10%)
$ 100,00	juros referentes ao mês 2 ($ 1.000,00 x 10%)
$ 100,00	juros referentes ao mês 3 ($ 1.000,00 x 10%)
$ 10,00	juros sobre os juros do mês 1 ($ 100,00 x 10%)
$ 21,00	juros sobre os juros do mês 2 ($ 210,00 x 10%)

E, de forma análoga, poderíamos imaginar o valor futuro da aplicação após n períodos:

Final do mês n: $FV = 1.000,00 \text{ x } (1 + 0,10)^n$

Generalizando-se, temos:

$$\boxed{FV = PV \text{ x } (1 + i)^n}$$

CAPITALIZAÇÃO COMPOSTA NA HP 12C

LIMPAR REGISTROS FINANCEIROS

f

FIN
$x \gtrless y$
$x \leq y$

PAGAMENTOS OU PERÍODOS

AMORT
n
12×

TAXA DE JUROS PERIÓDICOS

INT
i
12÷

PV DE UM FLUXO DE CAIXA

IRR
FV
Nj

NPV
PV
CFo

FV DE UM FLUXO DE CAIXA

NPV
PV
CFo

IRR
FV
Nj

Matemática Financeira

TAXAS DE EQUIVALENTES, EFETIVAS E NOMINAIS

TAXAS EQUIVALENTES

PERÍODO DE 1 MÊS

PV: $ 100.000,00

FV: $ 102.000,00

TAXA DE JUROS 2% AO MÊS

PERÍODO DE 12 MESES

PV: $ 100.000,00

FV: $ 126.824,18

TAXA DE JUROS 2% AO MÊS

Se $ 100.000,00 hoje equivale a $ 102.000,00 daqui a 1 mês e a **$ 126.824,18** daqui a 12 meses, também podemos dizer que a taxa de 2% ao mês é equivalente à taxa de 26,82% ao ano. Vamos conferir?

Temos uma taxa de 2% ao mês, e queremos transformá-la em uma taxa anual. Como 1 ano equivale a 12 períodos mensais, vamos capitalizar a taxa 12 vezes.

$$\text{Taxa que queremos} = (1 + \text{taxa que temos})^{(\text{período taxa que queremos/ período taxa que temos})} - 1$$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$\text{Taxa que queremos} = (1 + 2\%)^{12/1} - 1 = 26{,}82\% \text{ ao ano}$$

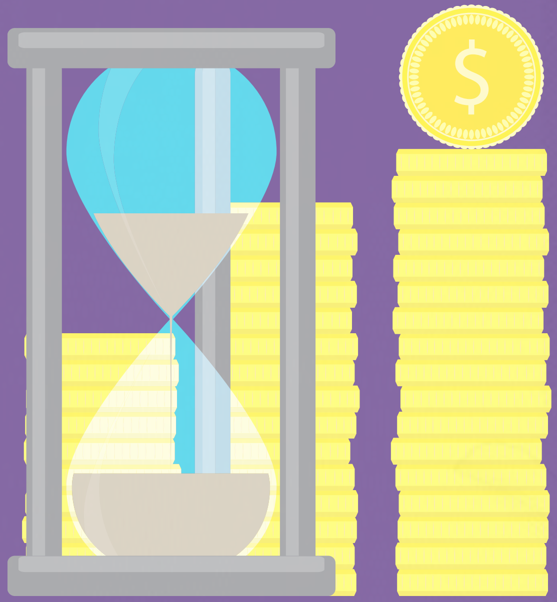
E se tivéssemos a taxa de 26,82% ao ano e quiséssemos saber a taxa mensal?

$$\text{Taxa que queremos} = (1 + \text{taxa que temos})^{(\text{período taxa que queremos/ período taxa que temos})} - 1$$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$\text{Taxa que queremos} = (1 + 26{,}82\%)^{1/12} - 1 = 2{,}00\% \text{ ao mês}$$

No regime de capitalização composta, taxas equivalentes são aquelas que são expressas em unidades de tempo diferentes, porém, quando incidem sobre um mesmo principal durante um mesmo prazo, produzem um montante idêntico.



REGIME DE CAPITALIZAÇÃO SIMPLES

Taxas equivalentes são calculadas como uma proporção do período ao qual se referem:

TAXA DE 12% AO ANO ≡ TAXA DE 6% AO SEMESTRE

No regime de capitalização simples, taxas proporcionais são aquelas que são expressas em unidades de tempo diferentes, porém, quando incidem sobre um mesmo principal durante um mesmo prazo, produzem um montante idêntico.

TAXAS EFETIVAS (REAIS) E TAXAS NOMINAIS

A taxa efetiva, ou real, é aquela apurada durante todo o prazo n, sendo formada exponencialmente através dos períodos de capitalização.

$$3{,}8\% \text{ a.m.} \longrightarrow 56{,}45\% \text{ a.a.}$$

$$\text{Taxa efetiva} = (1 + 0{,}038)12 - 1 = 56{,}44\% \text{ a.a.}$$

Por outro lado, para uma taxa de juros nominal, admite-se que o prazo de capitalização de juros não é o mesmo definido para a taxa de juros.

$$\text{Taxa nominal de } 36\% \text{ a.a } /12 = 3\% \text{ a.m.}$$

$$\text{Taxa efetiva} = (1 + 0{,}36/12)12 - 1 = 42{,}6\% \text{ a.a.}$$

TAXA NOMINAL: 36% a.a. $\longrightarrow$ TAXA EFETIVA: 42,6% a.a.

Como faríamos o cálculo inverso, se tivéssemos uma taxa efetiva e quiséssemos calcular a taxa nominal?

Taxa efetiva de 42,6% a.a. x 12

Taxa nominal = [(1 + 0,426/12)1/12 −1] x 12 = 0,03% x 12 = 36 a.a.

As taxas nominais são expressas em unidade de tempo que não coincide com o período de tempo no qual os juros são capitalizados. Como uma taxa de 12% a.a. com capitalização mensal, ou uma taxa de 2% a.m. com capitalização diária.

Empréstimo: $ 1.000,00 à taxa de 20% a.a.

Pagamento: $1.200,00, após 12 meses

Nesse caso, a taxa efetiva da operação é a própria taxa nominal de 20% a.a.

Empréstimo: $ 1.000,00 – $ 15,00 (IOF) = $ 985,00

Pagamento: $1.200,00, após 12 meses

Nesse caso, a taxa efetiva é diferente de 20%

Utilize sua HP 12c para comprovar, seguindo os passos a seguir:

985,00 | RPN CHS DATE | NPV PV CFo | 1.200,00 | IRR FV Nj | 1 | AMORT n 12× | → | INT i 12÷